MÉCANIQUE ET ANALYSE DIMENSIONNELLE

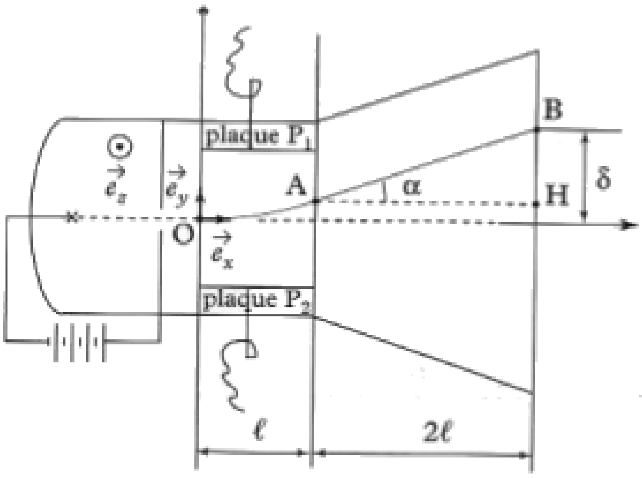
Soignez la présentation et la rédaction, qui doit être complète et concise. Tout résultat doit être justifié, et mis en valeur. Les résultats doivent d'abord être écrits sous forme littérale et doivent être homogènes. Les résultats numériques doivent avoir un nombre de chiffres significatifs vraisemblable. Les schémas doivent être clairs, suffisamment grands et lisibles. Si vous n'arrivez pas à montrer un résultat, admettez-le clairement et poursuivez.

CALCULATRICES AUTORISÉES

I. Écran cathodique d'oscilloscope

On étudie le mouvement des électrons formant le faisceau qui laisse une trace fluorescente sur un écran cathodique d'oscilloscope (cf figure ci-contre).

Ces électrons arrivent en O avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{e}_x$. Ils traversent alors un jeu de plaques (P_1 et P_2 distantes de d) de longueur ℓ qui créent entre elles un champ électrostatique uniforme $\vec{E} = E_0\,\vec{e}_y$. Les électrons, de charge électrique $-e$, sont déviés et sortent du jeu de plaques en A avec une vitesse $\vec{v}_A$ inclinée d'un angle α par rapport à $\vec{e}_x$. Ils poursuivent alors leur trajet avec une accélération nulle (on peut négliger l'action du poids) jusqu'à l'écran (au point B). L'écran est situé à une distance 2ℓ des plaques.

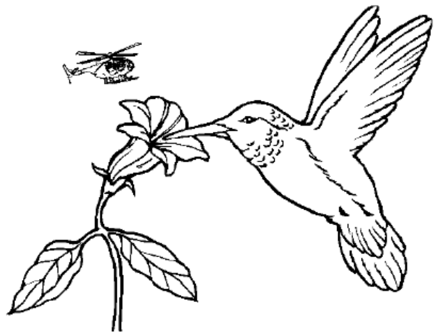


Données : $v_0 = 3,0 \times 10^{7}\,\mathrm{m.s^{-1}}$, $\ell = 5,0\,\mathrm{cm}$, $d = 4,0\,\mathrm{cm}$, $e = 1,6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$, $m = 9,1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$.

1. Déterminer l'équation intrinsèque de la trajectoire des électrons entre O et A.
2. Exprimer l'angle α.
3. En déduire l'expression de la déviation δ par rapport à l'axe Ox au moment de l'impact en B.
4. On observe une déviation de $\delta = 4,0\,\mathrm{cm}$. En déduire la tension u appliquée entre les plaques P_1 et P_2, sachant que le champ électrique E_0 est relié à u par $E_0 = -\frac{u}{d}$?

II. Le vol du colibri

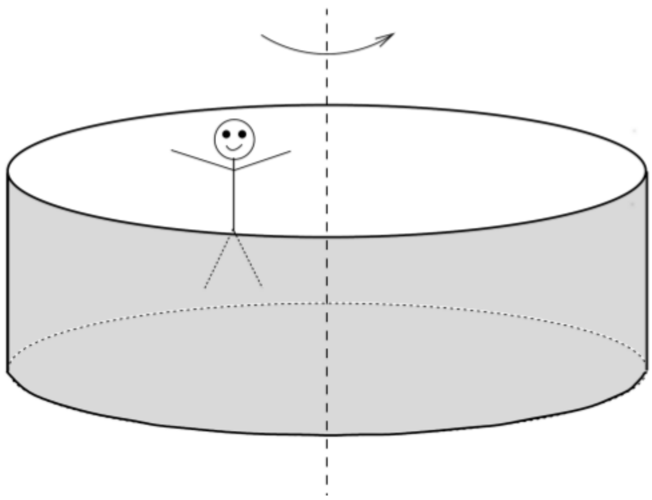
Un colibri est un oiseau capable de faire du « sur place », un peu comme un hélicoptère, sauf qu'au lieu d'être en rotation, ses ailes ont un mouvement de va et vient, et développent une force de poussée à l'aller et au retour du mouvement. Considérons un spécimen de masse $m = 10\,\mathrm{g}$, dans le champ de pesanteur $g = 9,8\,\mathrm{m.s^{-2}}$. La surface de la section verticale balayée par les ailes est $S = 0,01\,\mathrm{m^2}$. La masse volumique de l'air est de $\rho = 1,2\,\mathrm{kg.m^{-3}}$.



1. Par analyse dimensionnelle, trouver une expression puis une valeur numérique raisonnable de la puissance mécanique moyenne $\mathcal{P}$ fournie par le colibri pour se maintenir à une altitude constante.
2. En déduire approximativement la masse de sucre que le colibri doit consommer (sous forme de nectar) pour demeurer en vol pendant une heure, la valeur énergétique nutritionnelle étant de $4\,\mathrm{kcal/g} \approx 16\,\mathrm{kJ/g}$.

III. Le « Rotor »

Le Rotor est un manège de parc d'attractions constitué d'un cylindre tournant autour d'un axe vertical. Les passagers prennent place dans le manège le long de la paroi interne du cylindre. Une fois mis en route, ils sont plaqués contre les parois et le plancher du manège peut être escamoté.
On considère que le coefficient de frottement statique entre les vêtements des passagers et la paroi interne du cylindre est de $f = 0,5$.



Quelle condition doit vérifier le rayon R du cylindre pour pouvoir escamoter le plancher sans risque de chute pour les passagers si la vitesse angulaire est de 30 tours/min ?

IV. FACULTATIF - Avion solaire autonôme

On s'intéresse dans ce problème à quelques aspects de la conception d'un avion solaire autonome. Les ailes d'un tel avion sont recouvertes de panneaux solaires qui fournissent aux moteurs l'énergie nécessaire pour le faire voler. Pour un vol autonome, sans jamais avoir à se poser, il faut ajouter des batteries. Pendant la journée, l'énergie solaire reçue permet de faire voler l'avion mais aussi de charger les batteries pour le vol de nuit. Sauf mention contraire, nous considérons que l'avion vole horizontalement.

Nous étudions deux prototypes assez différents, mais conçus tous les deux pour pouvoir voler indéfiniment :

- celui du projet *Solar Impulse*, destiné à faire voler un humain (sur Terre),
- celui du projet *Sky Sailor*, destiné à voler dans l'atmosphère de Mars.

Nom du projet	*Solar Impulse*	*Sky Sailor*
Masse totale M de l'avion avec les batteries (kg)	1600	2,6
Masse des batteries (kg)	400	1,05
Envergure (m)	61	3,2
Surface des ailes (totalement recouvertes de panneaux solaires) (m^2)	200	0,80
Coefficient de traînée C_T	0,012	0,013
Coefficient de portance C_P	0,60	0,80
Nombre de moteurs	4	1
Puissance maximale des moteurs (W)	6000	100

Solar Impulse

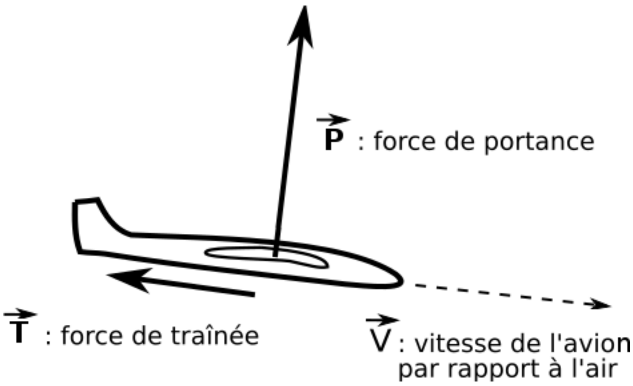
Sky Sailor

IV.1. Lien entre puissance et masse de l'avion

Dans un premier temps, nous nous intéressons uniquement au vol de jour. L'avion subit sont poids $M\vec{g}$, une force de traction par les hélices $\vec{F}$ (parallèle à la vitesse), et deux forces aérodynamiques, la *portance* $\vec{P}$ et la *traînée* $\vec{T}$.

— La portance est perpendiculaire à la vitesse $\vec{V}$ de l'avion par rapport au référentiel terrestre où l'air est supposé immobile, et sa norme vérifie
$$P = ||\vec{P}|| = \frac{1}{2}\rho S C_P V^2$$
avec ρ la masse volumique de l'air, S la surface des ailes, et C_P le coefficient de portance.

— La traînée est parallèle à la vitesse $\vec{V}$ mais de sens opposé. Sa norme vérifie
$$T = ||\vec{T}|| = \frac{1}{2}\rho S C_T V^2$$
avec C_T le coefficient de traînée.



On suppose que l'avion vole horizontalement, à vitesse constante.

1. Faire un schéma de toutes les forces appliquées à l'avion. Établir deux relations entre les normes des forces.

2. En déduire que la puissance motrice transmise via les hélices nécessaire pour faire avancer l'avion à vitesse constante horizontale peut s'exprimer sous la forme
$$\mathcal{P} = \frac{1}{f}\sqrt{\frac{2(Mg)^3}{\rho S C_P}}$$
en notant $f = \frac{C_P}{C_T}$ le *coefficient de finesse* de l'avion.

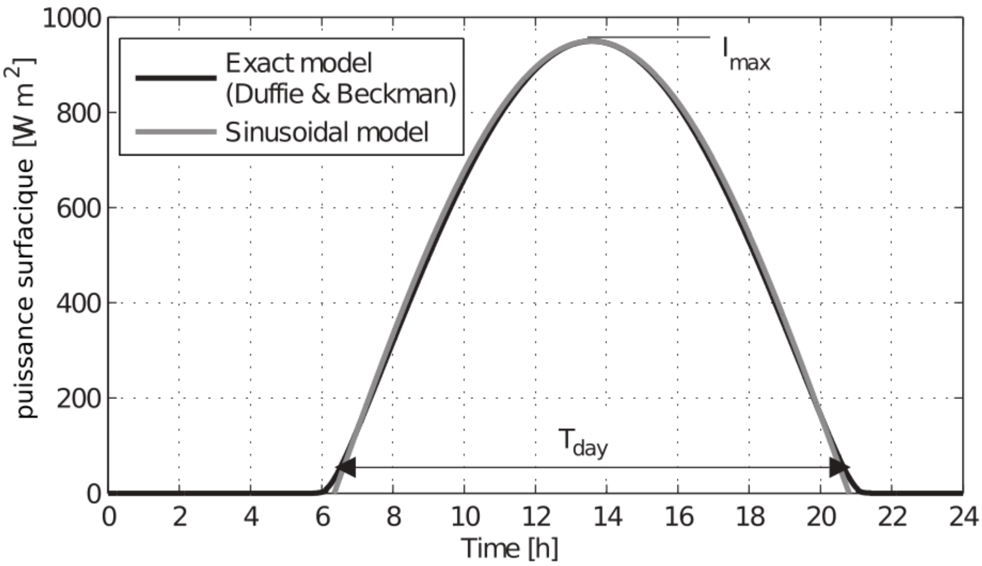
3. Est-il plus facile de faire voler un avion à haute ou à basse altitude ? Justifier.

4. Est-il plus facile de faire voler un avion sur Terre ou sur Mars ?

Planète	Terre	Mars
accélération de la pesanteur g, au niveau du sol (m.s^{-2})	9,8	3,7
masse volumique de l'atmosphère ρ, au niveau du sol (kg.m^{-3})	1,2	0,015

IV.2. Lien entre puissance et surface des ailes

5. Le graphe ci-dessous représente la puissance surfacique apportée sur Terre par le rayonnement solaire (ou *insolation*) au cours d'une journée du mois de Mai, à la latitude de Lausanne. T_{day} représente la durée où il fait jour.



À partir de ces données, évaluer l'insolation moyenne I_m sur une journée terrestre.

En fait, à cause de la forme incurvée de l'aile, la puissance surfacique moyenne réellement disponible est de $I = 250\,\mathrm{W.m^{-2}}$.

6. Par un raisonnement dimensionnel approximatif faisant intervenir une taille caractéristique ℓ de l'avion (assimilé à un cube...), établir s'il est préférable que l'avion solaire soit petit ou grand.

7. La chaîne complète de transmission de l'énergie, allant de la captation par les panneaux solaires, en passant par le stockage dans les batteries puis la restitution jusqu'à la propulsion par les hélices, est caractérisée par un rendement r (souvent donné en pourcentage). Quelle doit être la valeur de ce rendement pour le *Solar Impulse* ?

8. Avec un rendement plus faible, aurait-il fallu prévoir un avion plus grand ou plus petit ?

IV.3. Vol de nuit

La capacité de stockage des batteries est de $Q = 0,1\,\mathrm{kWh.kg^{-1}}$. On rappelle qu'un watt-heure, noté Wh, est l'énergie correspondant à une puissance de 1 W fournie pendant 1 h.

9. Supposons pour commencer que l'avion se déplace horizontalement. Déterminer la durée maximale du vol de nuit.

10. Lorsque les moteurs sont coupés, la trajectoire de l'avion n'est plus horizontale, et il perd de l'altitude. La vitesse $\vec{V}$ de l'avion est supposée constante pendant ce vol plané (ce qui est une bonne approximation). Relier la distance $\mathcal{L}$ parcourue par l'avion *dans le plan horizontal* à sa perte d'altitude h. Le résultat fait intervenir la finesse f de l'avion.

11. Comparer l'énergie potentielle de pesanteur ainsi perdue avec l'énergie qu'auraient du fournir les moteurs pour parcourir la même distance $\mathcal{L}$, à altitude constante. Ce résultat dépend-il de l'altitude à laquelle a lieu le vol, ou du fait que ρ varie avec l'altitude ?

12. Évaluer la durée du vol plané pour le *Solar Impulse* s'il démarre à l'altitude $h = 10\,\mathrm{km}$.
On rappelle qu'en première approximation, le profil vertical de masse volumique de l'air atmosphérique peut être modélisé par $\rho(z) = \rho_0.e^{-\frac{z}{H}}$ *avec* $H \approx 8\,km$.

* * * Fin de l'épreuve * * *